

МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ „ХИТЪР ПЕТЪР“
Габрово, 08. 10. 2011 г.

8

<i>име</i>	<i>презиме</i>	<i>фамилия</i>	<i>клас</i>
<i>училище</i>			<i>град</i>

1. Ако $y = \frac{x+2}{x-3}$, то

A) $x = \frac{3y+2}{y-1}$ Б) $x = \frac{3y-2}{y+1}$ В) $x = \frac{2-3y}{y+1}$ Г) $x = \frac{y+2}{y-3}$ Д) $x = \frac{3y+2}{y+1}$

2. Колко решения има уравнението $x^3 + 2x^2 + 3(x+1) = (x-1)^3 + 5x^2 + 4$?

A) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) безброй много

3. Ако $x = -1$ и n е нечетно число, то стойността на израза $3x^{n-1} - 5x^n + 15x^{n+1}$ е

A) 7 Б) -7 В) 13 Г) 23 Д) 17

4. Бутилка, пълна с нектар, тежи 1,05 кг. Три празни бутилки тежат колкото една пълна. Колко тежи нектарът в една бутилка?

A) 350 г Б) 650 г В) 700 г Г) 750 г Д) 787,5 г

5. Колко естествени числа са решения на неравенството

$$x^3 - x + 12 > (x^2 + 2x + 4)(x - 2)?$$

A) 12 Б) 18 В) 19 Г) 20 Д) 21

6. Две последователни години продукцията на една фирма намалявала с един и същ процент. След края на втората година се оказало, че продукцията ѝ е намаляла общо с 51%. С колко процента е намалявала продукцията всяка година?

A) 25% Б) 25,5% В) 26% Г) 30% Д) 31%

7. В триъгълника ABC отсечката AP е ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$ ($P \in BC$).

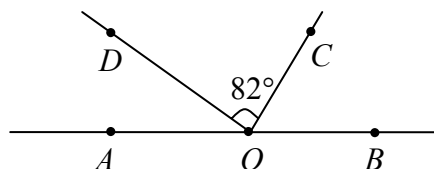
Ако $AB = AP = PC$, каква е мярката на $\sphericalangle ACB$?

A) 60° Б) 30° В) 36° Г) 45° Д) 72°

8. От едно въже отрязали половината от цялата му дължина и 0,5 м, след това половината от остатъка и още 0,5 м и накрая половината от втория остатък и още 0,5 м. От цялото въже останали 6 м. Намерете първоначалната дължина на въжето.

A) 41 м Б) 55 м В) 50 м Г) 52 м Д) 30 м

9. На чертежа $\sphericalangle COD = 82^\circ$. Намерете мярката на ъгъла, образуван от ъглополовящите на $\sphericalangle COA$ и $\sphericalangle BOD$.



- А) 49° Б) 51° В) 41° Г) 82° Д) 131°

10. Колко са нееднаквите триъгълници с периметър 180 см, за които дължините на страните им, измерени в сантиметри, са точни квадрати на естествени числа?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 4 Д) безброй много

11. През месец август Иван и Петър решили един и същ брой задачи. Петър всеки ден решавал едно и също количество задачи. Иван решил първия ден 16 пъти по-малко задачи от Петър, но всеки следващ ден решавал по една задача повече от предишния. По колко задачи е решило всяко от момчетата?

- А) 480 Б) 496 В) 465 Г) 450 Д) 434

12. Ако x и y са естествени числа, за които $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$, то сборът на x и y е равен на

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 6 Д) 8

13. Във вътрешността на триъгълника ABC са взети точки A_1 , B_1 и C_1 , така че B_1 е среда на AA_1 , C_1 е среда на BB_1 и A_1 е среда на CC_1 . Намерете отношението на лицата на триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$.

- А) 2:1 Б) 3:1 В) 4:1 Г) 6:1 Д) 7:1

14. Да се намери сбора от цифрите на естественото число \overline{abcd} , ако числото $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{da}$ е точен квадрат.

- А) 17 Б) 9 В) 15 Г) 11 Д) 13

15. Колко на брой са целите числа x , за които x и $x + 99$ са точни квадрати?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 48 Д) 99

Задача на Хитър Петър:

Да разгледаме равенствата

$$3 = \frac{222}{74}, \quad 5 = \frac{20}{4}, \quad 7 = \frac{222222}{31746}, \quad 8 = \frac{200}{25}.$$

Числителите на дробите са записани само с двойки и нули.

Кои естествени числа могат да бъдат записани в такъв вид? Обосновете отговора си.